

Skalarni produkt vektorjev v pravokotnem koordinatnem sistemu — 28.

domača naloga Matematika, Gimnazija Bežigrad

Profesor: prof. Vilko Domajnko
Avtor: Anton Luka Šijanec, 2. a
15. marec 2021

Povzetek

Ta dokument vsebuje navodila in rešitve domačih nalog snovi *Skalarni produkt vektorjev v pravokotnem koordinatnem sistemu* pri matematiki, ki sem jih spisal sam.

Navodilo naloge vaje2: 93 / 612, 622, 632, 642, 652 (+ 617, 627)

612. Izračunaj.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (2, 3) + (4, 5) = (6, 8) \\ & (2, 3) - (4, 5) = (-2, -2) \\ & (2, 3) \cdot (4, 5) = 23 \\ & 2 \cdot (4, 5) = (8, 10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & (1, 2, 3) + (9, 8, 7) = (10, 10, 10) \\ & (1, 2, 3) - (9, 8, 7) = (-8, -6, -4) \\ & (1, 2, 3) \cdot (9, 8, 7) = 9 + 16 + 21 \\ & 5 \cdot (9, 8, 7) = (45, 40, 35) \end{aligned}$$

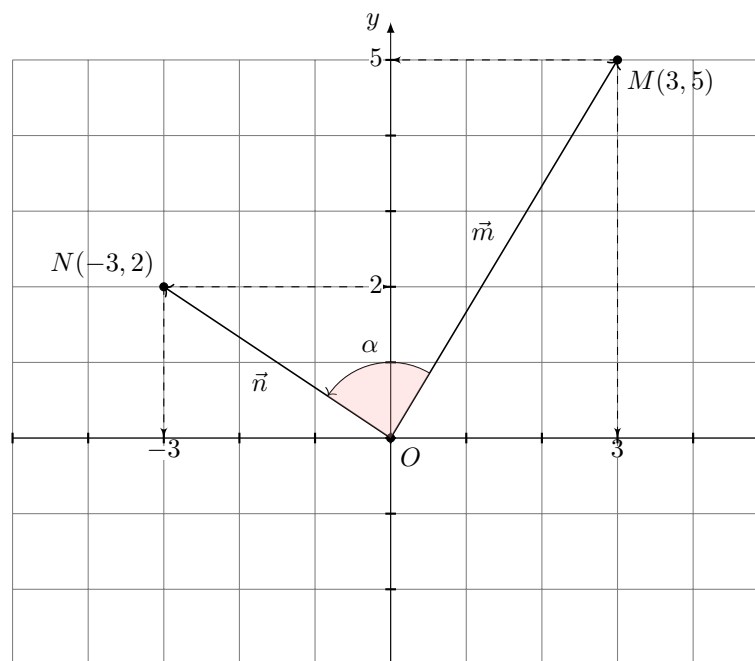
613. Izračunaj.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (3, 7) \cdot (2, 9) = 69 \\ \text{c)} \quad & (1, 2, 3) \cdot (4, 5, 6) = 32 \\ \text{d)} \quad & \left(5, 0, 1\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1\frac{1}{2}, \frac{2}{7}, 3\right) = 12 \\ \text{f)} \quad & (2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}) \cdot (5\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}) = 16 \\ \text{h)} \quad & (5\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (4\vec{i} - 3\vec{j}) = 14 \\ \text{j)} \quad & (2\vec{i} - 3\vec{k} + \vec{j}) \cdot (2\vec{j} - 3\vec{k}) = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & (-6, 10) \cdot (3, 2) = 2 \\ \text{č)} \quad & (-2, 2, -4) \cdot (1, 0, 3) = -14 \\ \text{e)} \quad & (\sqrt{2} + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, -\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{3}) = \\ & 1 - \sqrt{2} + \sqrt{6} \\ \text{g)} \quad & (\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) \cdot (\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}) = -8 \\ \text{i)} \quad & (\vec{i} - 5\vec{j}) \cdot (-\vec{i} + 3\vec{j}) = -16 \\ \text{k)} \quad & (3\vec{j} - 2\vec{i} - \vec{k}) \cdot \left(\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{3}{2}\vec{k}\right) = -2 \end{aligned}$$

617. Dana sta vektorja $\vec{m} = (3, 5)$ in $\vec{n} = (-3, 2)$. Vektorja nariši v koordinatni sistem in na sekundo natančno izračunaj kot med njima.

$$\begin{aligned} \vec{m} \cdot \vec{n} &= |\vec{m}| \cdot |\vec{n}| \cdot \cos \alpha \\ \vec{m} \cdot \vec{n} &= 1 \\ 1 &= \sqrt{3^2 + 5^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 2^2} \cdot \cos \alpha \\ \alpha &= \arccos \frac{1}{\sqrt{3^2 + 5^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 2^2}} \\ \alpha &= 87,273\ 689^\circ \end{aligned}$$



622. Točke $A(-2, 4, 1)$, $B(0, 3, 1)$ in $C(3, -1, 0)$ so oglišča trikotnika v prostoru. Izračunaj kot BCA .

Kot CAB :

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2 &= \overline{CB}^2 + \overline{BA}^2 - 2 \cdot \overline{CB} \cdot \overline{BA} \cdot \cos \beta \\ \sqrt{(-5)^2 + (5)^2 + (1)^2}^2 &= \sqrt{(3)^2 + (-4)^2 + (-1)^2}^2 + \sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + (0)^2}^2 \\ &- 2 \cdot \sqrt{(3)^2 + (-4)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + (0)^2} \cdot \cos \beta \\ 51 &= 26 + 5 - 2\sqrt{26}\sqrt{5} \cos \beta \\ 20 &= -2\sqrt{26}\sqrt{5} \cos \beta \\ -10 &= \sqrt{26}\sqrt{5} \cos \beta \\ -0,877058 &= \cos \beta \\ \beta &= \arccos -0,877058 = 151,289^\circ\end{aligned}$$

Kot BCA :

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{CB}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{CB} \cdot \cos \gamma \\ 5 &= 51 + 26 - 2\sqrt{51}\sqrt{26} \cos \gamma \\ 36 &= \sqrt{51}\sqrt{26} \cos \gamma \\ \arccos 0,988623 &= \gamma = 8,650931^\circ\end{aligned}$$

Kot BAC :

$$\alpha = 180^\circ - (151,289^\circ + 8,650931^\circ) = 20,059583^\circ$$

627. Kolikšen ostri kot oklepa vektor z abscisno osjo, kolikšen z ordinatno in kolikšen z aplikatno osjo?

a) $\vec{a} = (-3, 2, 5)$

b) $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{k} - \vec{j}$

Z abscisno:

$$\begin{aligned}(-1, 0, 0) \cdot (-3, 2, 5) &= -1 \cdot \sqrt{(-3)^2 + 2^2 + 5^2} \cdot \cos \alpha \\ 3 &= 6,164414 \cos \alpha \\ \arccos 0,486664 &= \alpha = 60,878^\circ\end{aligned}$$

Z abscisno:

$$\begin{aligned}(1, 0, 0) \cdot (2, -1, 3) &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2} \cdot \cos \delta \\ \arccos \frac{2}{3,731657} &= \delta = \arccos 0,534552 = 57,688^\circ\end{aligned}$$

Z ordinatno:

$$\begin{aligned}(0, 1, 0) \cdot (-3, 2, 5) &= 6,164414 \cos \beta \\ \arccos \frac{2}{6,164414} &= \beta = \arccos 0,324 = 71,068^\circ\end{aligned}$$

Z ordinatno:

$$\arccos \frac{-1}{-3,731657} = \epsilon = \arccos 0,267261 = 74,498640^\circ$$

Z aplikatno:

$$\arccos \frac{5}{6,164414} = \gamma = \arccos 0,811107 = 35,795759915^\circ$$

Z aplikatno:

$$\arccos \frac{3}{3,731657} = \zeta = \arccos 0,801783726 = 36,699225^\circ$$

632. Dani sta točki $A(3, -1, 0)$ in $B(-2, 2, 2)$. Zapiši enotski vektor \vec{e} v smeri vektorja \overrightarrow{AB} .

$$\vec{e} = \overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{\sqrt{5^2 + (-3)^2 + (-2)^2}} = 0,162221 \cdot \overrightarrow{AB}$$

642. Naj bo $\vec{a} = (1, k, 1)$ in $\vec{b} = (2 - k, 1, -k^2)$. Določite:

a) $k \in \mathbb{R}$ tako, da bosta vektorja \vec{a} in \vec{b} pravokotna,

$$(1, k, 1) \cdot (2 - k, 1, -k^2) = 0 = (2 - k^2) \rightarrow k = \sqrt{2}$$

b) $k \in \mathbb{R}$ tako, da bo vektor \vec{a} oklepal s ordinatno osjo kot 60° ,

$$(0, 1, 0) \cdot (1, k, 1) = \sqrt{2 + k^2} \frac{1}{2}$$

$$2k = \sqrt{2 + k^2} \rightarrow 4k^2 = 2 + k^2 \rightarrow 3k^2 = 2 \rightarrow k^2 = \frac{2}{3}$$

$$k = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

c) $k \in \mathbb{N}$ tako, da bo dolžina vektorja \vec{a} enaka $3\sqrt{3}$,

$$3\sqrt{3} = \sqrt{2 + k^2} \rightarrow 25 = k^2 \rightarrow k = 5$$

č) $k \in \mathbb{Z}$ tako, da bo skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ naravno število.

$$(1, k, 1) \cdot (2 - k, 1, -k^2) = 2 - k + k - k^2 = 2 - k^2 \rightarrow k = 1$$

652. Točke $A(2, 3, 4)$, $B(-2, 3, 2)$, $C(2, 0, 2)$ so oglišča trikotnika. Določite točko:

a) D tako, da bo $ABCD$ paralelogram,

$$D = C - (B - A) = C - B + A = (2, 0, 2) - (-2, 3, 2) + (2, 3, 4) = (6, 0, 4)$$

b) E na daljici AB tako, da bo $|AE| : |AB| = 3 : 4$,

$$E = A + \frac{3}{4}(B - A) = (2, 3, 4) + \frac{3}{4}(-4, 0, -2) = \left(-1, 3, 2\frac{1}{2}\right)$$

c) F , ki je težišče trikotnika ABC ,

$$M = A + \frac{1}{2}(B - A) = (2, 3, 4) + \frac{1}{2}(-4, 0, -2) = (0, 3, 3)$$

$$F = M + \frac{1}{3}(C - M) = (0, 3, 3) + \frac{1}{3}(2, -3, -1) = \left(\frac{2}{3}, 2, 2\frac{2}{3}\right)$$

č) G tako, da bo točka C težišče trikotnika ABG .

$$G = M + 3 \cdot (C - M) = (0, 3, 3) + (6, -9, -3) = (6, -6, 0)$$

1 Zaključek

Ta dokument je informativne narave in se lahko še spreminja. Najnovejša različica, torej PDFji in \LaTeX ¹ izvorna koda, zgodovina sprememb in prejšnje različice, je na voljo v mojem šolskem Git repozitoriju na <https://git.sijanec.eu/sijanec/sola-gimb-2> v mapi `/mat/domace_naloge/28/`. Povezava za ogled zadnje različice tega dokumenta v PDF obliki je http://razor.arnes.si/~asija3/files/sola/gimb/2/mat/domace_naloge/28/dokument.pdf in/ali https://git.sijanec.eu/sijanec/sola-gimb-2/raw/branch/master/mat/domace_naloge/28/dokument.pdf.

Razhroščevalne informacije

Te informacije so generirane, ker je omogočeno razhroščevanje. Pred objavo dokumenta izklopite razhroščevanje. To naredite tako, da nastavite ukaz `razhroscevanje` na 0 v začetku dokumenta.

Grafi imajo natančnost 100 točk na graf.

Konec generiranja dokumenta: 15. marec 2021 ob 19:10:48²

Dokument se je generiral 3 s.

¹Za izdelavo dokumenta potrebujete `TeXLive 2020`.

²To ne nakazuje dejanskega časa, ko je bil dokument napisan, temveč čas, ko je bil dokument generiran v PDF/DVI obliko. Isto velja za datum v glavi dokumenta. Če berete direktno iz `LaTeX` datoteke, bo to vedno današnji datum.